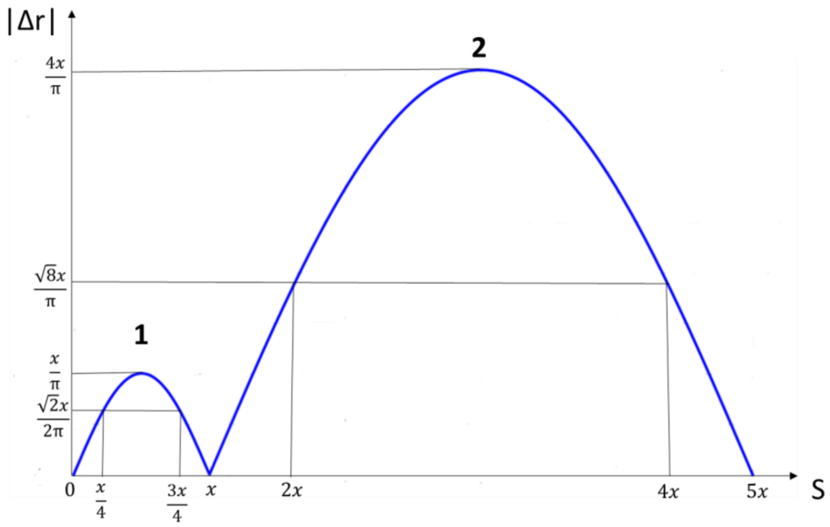
Заключительный этап Всесибирской Открытой Олимпиады Школьников по физике
9 марта 2025 г.
8 класс

1. По дорожной развязке едет разметочная бригада. На графике нарисована зависимость перемещения бригады от пройденного пути на двух последовательных участках дороги. График симметричен на каждом из участков относительно точки максимума. Известно, что бригада на каждом из участков едет с постоянной скоростью. Так же известно, что первый и второй участок были пройдены за одно и тоже время. Найдите отношение скоростей на первом и втором участках и качественно нарисуйте вид траектории с указанием важных для траектории пометок.
Примечание: Рисунок без обоснования не оценивается!



<u>Возможное решение:</u>
Первый путь равен x, Второй путь равен $5x-x=4x$. Так как в условии сказано, что времена на каждом из участков одинаковые то пути относятся так же как скорости, а значит $V_2/V_1=4$.

Так как графики монотонно возрастают до максимума и симметричны, то можно сделать вывод, что во время движения к максимуму мы постоянно от него отдаляемся. Так же поскольку мы в конце первого участка приходим в точку 0 по перемещению и в точку 0 по перемещению после конца второго отрезка, а так же с нее начинаем, то делаем вывод, что оба участка начинаются из одной точки. Отсюда же можно сделать вывод, что траектория замкнута.
Чтобы попытаться определить вид траектории поищем соотношения между путями на участках и максимальным перемещением:

$$\frac{S_1}{|d_{1max}|} = \frac{x}{x/\pi} = \pi$$

$$\frac{S_2}{|d_{2max}|} = \frac{4x}{4x/_\pi} = \pi$$

Выразим соотношение между путем и перемещением в первом случае:

$$S_1 = \pi|d_{1max}|$$

Такое соотношение будет наблюдаться только для окружности, а значит траектория на первом участке – окружность, как и на втором участке. Разница между ними в том, что радиус второй окружности в 4 раза больше чем у первой.

$$R_1 = \frac{x}{2\pi}$$

$$R_2 = \frac{2x}{\pi}$$

Дополнительно показать что это окружность можем через еще отмеченные точки на графике. После четверти и трех четвертей пройденного пути по окружности перемещение будет равно

$$|d| = \sqrt{2}R$$

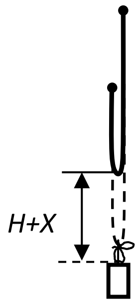
Этот можно показать используя теорему Пифагора. Что так же совпадает с отмеченными точками на графике.

Конечным ответом на второй вопрос задачи будет: траектория это две окружности, которые пересекают друг друга хотя бы одной точке с радиусами, посчитанными выше в решении. Поскольку нам дан график зависимости модуля перемещения, то определить взаимное расположение окружностей не представляется возможным и правильным будет любой рисунок, соблюдающий два основных момента: Две окружности, пересекающиеся хотя бы в одной точке, на рисунке указаны радиусы этих окружностей.

Критерий	Баллы
Найден путь на втором участке	1
Найдено соотношение между скоростями	2
Указано отсутствие вогнутых участков траектории	1
Указано что участки траектории замкнуты и начинаются в одной точке	1
Найдено соотношение между путем и максимальным перемещением	1
Рассчитаны радиусы окружностей	1
Проанализированы дополнительные точки, указано что они так же указывают на то траектории это окружности	1
Корректно описан или нарисован конечный ответ	2
ИТОГО	10

2. Легкий резиновый шнур подвесили за концы так, что висящие части шнура практически вертикальны, а нижняя точка делит шнур в отношении 1:2 (см. рисунок). К шнуру в нижней точке узлом привязывают нить с грузом. После того, как груз отпустили, он опустился до новой точки равновесия на H. Через некоторое время узел ослаб и стал легко скользить по шнуру. Насколько еще опустится груз в конечном итоге?

Возможное решение: Обозначения: M - масса груза, k – жесткость всего шнура, X – искомое дополнительное смещение груза из-за проскальзывания узла по шнуру.



В начальной ситуации жесткость параллельно висящих частей шнура равна $3k+3k/2=9k/2$ (+2 балла).

Условие равновесия груза до начала проскальзывания узла имеет вид:

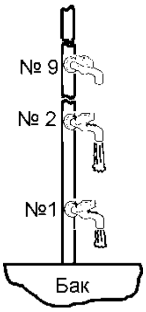
$Mg=9kH/2$ (+1 балл)

Максимальное опускание груза будет иметь место, когда натяжение всего шнура станет одинаковым по его длине, иначе шнур будет проскальзывать дальше (+1 балл). Полная длина шнура в этой ситуации увеличится на $2(H+X)$ (+1 балл), а удвоенная сила упругости шнура $2k\cdot 2(H+X)$ будет удерживать груз в новом положении равновесия:

$Mg=4k(H+X)$ (+2 балла).

Из этих уравнений получаем $9H/2=4(H+X)$ (+1 балл за промежуточную связь между искомым и известным параметром), значит $X=H/8$ (+2 балла за явно сформулированный и корректно полученный ответ).

3. К большому баку с горячей водой подсоединена длинная труба с очень большим числом последовательно подключенных вдоль трубы вентилей (см. условный рисунок). Из-за утечек тепла протекающая по трубе вода уменьшает свою температуру примерно на одно и то же небольшое количество градусов в секунду. Когда открыли только первый, самый близкий к баку вентиль, то через него потекла вода с установившейся температурой T_1. Когда открыли еще два – второй и девятый, то температура воды, вытекающей через первый вентиль, стала равной T_2. Затем стали открывать все остальные вентили. До примерно какого значения может вырасти температура воды, вытекающей через первый вентиль? Считать, что через любой открытый вентиль всегда вытекает один и тот же объем воды в секунду.



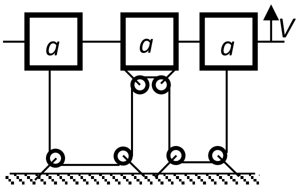
__Возможное решение:__ Обозначения: Объемный расход воды через открытый вентиль – Q, скорость остывания текущей воды – Y град/сек, удельная теплоемкость воды – C, температура воды в баке – T_0, время протекания воды до первого вентиля, когда открыт только этот вентиль, – t_1. Согласно условию при протекании элемента Δm воды уменьшение температуры этого элемента прямо пропорционально времени движения по трубе: $\Delta mC(T_0\text{-}T_1)=Yt_1$ (+2 балла за корректное использование условия теплового баланса для начальной ситуации).

При открывании еще двух последующих вентилей расход утроился (+1 балл), т.е. время движения воды от бака до вентиля №1 стало равным $t_1/3$ (+1 балл). Количество теплоты, отданное водой за время движения до вентиля, уменьшится тоже в три раза. Условие теплового баланса для этого случая: $\Delta mC(T_0\text{-}T_2)=Yt_1/3$ (+2 балла)

Из уравнений теплового баланса следует, что $3(T_0\text{-}T_2)= (T_0 \text{-}T_1)$, т.е. $T_0=(3T_2 - T_1)/2$.

При открывании все большего количества вентилей время протекания воды из бака до вентиля №1, так же, как и изменение температуры воды, будет становиться все меньше и меньше (+2 балла). Поэтому температура вытекающей из первого вентиля воды будет расти примерно до температуры воды в баке, равной $(3T_2 - T_1)/2$ (+2 балла за явно сформулированный и корректно полученный ответ).

4. Три куба с длиной ребра a удерживаются с помощью нити и маленьких блоков так, что каждый из кубов наполовину погружен в жидкость, как показано на рисунке. Натяжение нити равно $T_0>0$. Уровень жидкости начинают медленно повышать со скоростью V. Через какое время натяжение нити увеличится вдвое? Плотность жидкости ρ_0, массами блоков и нити пренебречь.



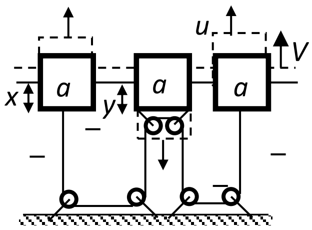
<u>Возможное решение:</u> При повышении уровня жидкости центральный куб будет погружаться в большей степени, чем крайние, так как к нему приложена удвоенная сила натяжения нити, которая возрастает по мере погружения кубов на величину дополнительной выталкивающей силы (+1 балл).

Введем плотности крайнего (ρ_1, плотности крайних кубов одинаковы) и большого (ρ_2) кубов, натяжение нити T. Условия равновесия в некоторый момент, когда крайний куб погружен на x, а центральный – на y, имеют вид

$T+\rho_1 ga^3=\rho_0 ga^2x$

$2T+\rho_2 ga^3=\rho_0 ga^2y$ (+1 балл за хотя бы одно условие равновесия)

Отсюда получаем связь между глубинами погружения кубов в любой момент: $2(\rho_0 x-\rho_1 a)=\rho_0 y-\rho_2 a$



(+1 балл за нахождение такой связи тем или иным способом).

Если скорость подъема крайнего куба (одинаковая для обоих крайних кубов) относительно дна равна u, то центральный куб опускается относительно дна с такой же скоростью (+1 балл за эту кинематическую связь).

Если прошло некоторое время t, то величина погружения кубов изменится и новое условие равновесия (при другом натяжении нити) даст:

$2(\rho_0(x+(V-u)t)-\rho_1 a)=\rho_0(y+(V+u)t)-\rho_2 a.$

Отсюда получаем еще одну кинематическую связь: $2(V-u)=(V+u)$ (+1 балл за нахождение такой связи тем или иным способом), т.е. $u=V/3$ (+1 балл за значение собственной или относительной скорости куба).

В искомый момент времени t_X натяжение нити должно быть равно
$2T_0=\rho_0 ga^2(a/2+(V-u)t_X)-\rho_1 ga^3= T_0+\rho_0 ga^2(V-u)t_X$ (+2 балла за связь времени и натяжения)

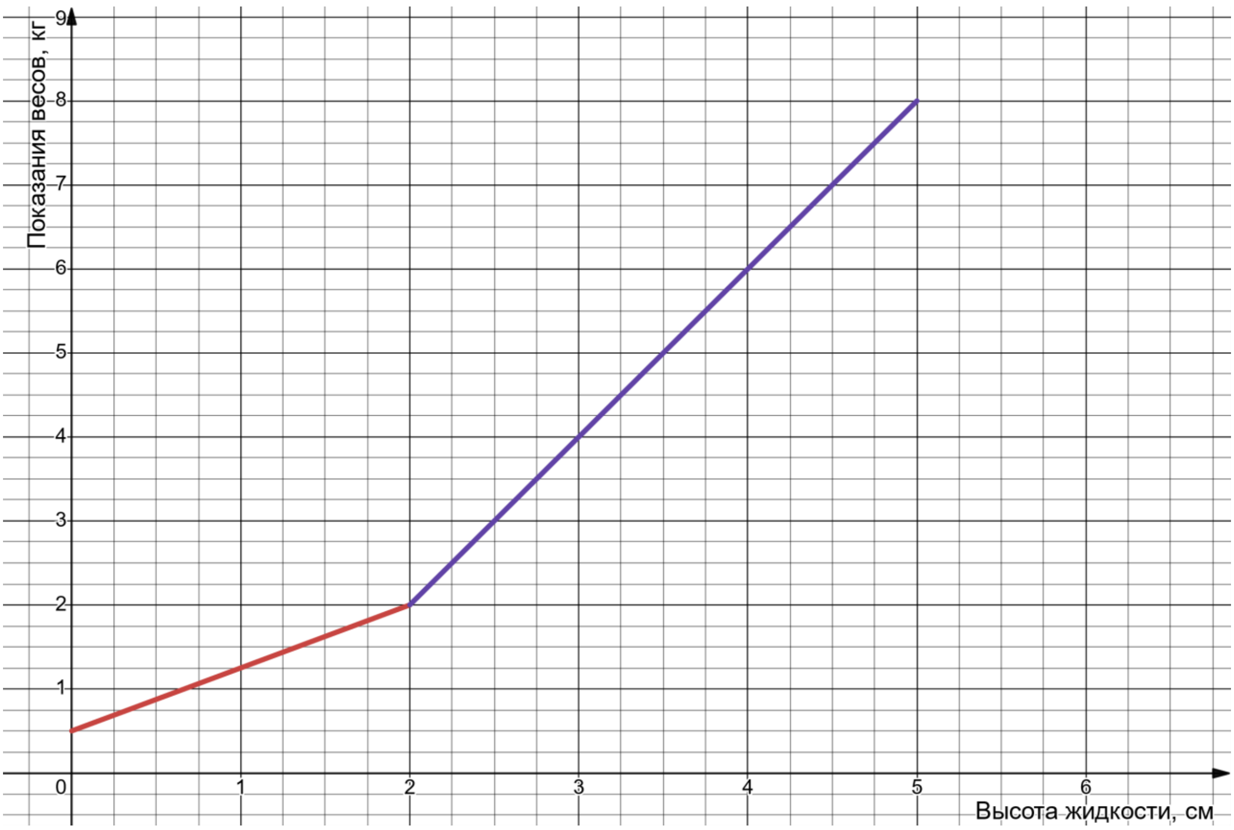
Значит, $t_X=\dfrac{3T_0}{2\rho_0 gVa^2}$

(+2 балла за корректно полученный и явно сформулированный ответ).

5. Сосуд постоянного сечения площадью S = 0,1 м^2 высотой H_0 = 12 см, стоящий на весах, наполняют тремя различными жидкостями до высоты H = 10 см. Известно, что плотность последней, третьей, жидкости равна 2/3 средней плотности содержимого сосуда с первой и второй жидкостями. На рисунке приведен график зависимости показаний весов (кг) от высоты столба жидкости (см) в сосуде. После наполнения, в сосуд погружают тело в форме параллелепипеда высотой $h_т$ = 2 см с площадью основания в k = 4 раза меньшей, чем площадь сечения сосуда. Тело погружается в жидкость на n = 0,72 своего объема. Найдите итоговую плотность жидкости $\rho_ж$, плотность погруженного тела ρ, высоту h, на которую поднялся столб жидкости в сосуде после погружения тела, высоту h_1 от дна сосуда до нижней кромки тела. Выльется ли жидкость из сосуда после погружения тела? Из какого материала состоит погруженное тело?

Для справки: плотности некоторых веществ:

Пробковое дерево – 240 кг/м^3, Сухая сосна – 400 кг/м^3, Сухая береза – 600 кг/м^3, Лед – 900 кг/м^3, Алюминий – 2700 кг/м^3, Железо – 7800 кг/м^3



Возможное решение: Проанализируем график. Первый участок — это первая жидкость. Ее плотность: (+1 балл)

$$\rho_1 = \frac{2-0{,}5}{0{,}1\cdot(0{,}02-0)} = 750\,\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

Аналогично, определяем плотность второй жидкости: (+1 балл)

$$\rho_2 = \frac{8-2}{0{,}1\cdot(0{,}05-0{,}02)} = 2000\,\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

Третья жидкости на графике не изображена! Найдем плотность третьей жидкости через среднюю плотность первой и второй жидкости: (+1 балл)

$$\rho_3 = \frac{2}{3}\cdot\frac{\rho_1\cdot 2+\rho_2\cdot 3}{2+3} = 1000\,\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

Плотность итоговой смеси из трех жидкостей: (+1 балл)

$$\rho_{\text{ж}} = \frac{\rho_1\cdot 2+\rho_2\cdot 3+\rho_3\cdot 5}{2+3+5} = 1250\,\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

Погружаем тело в жидкость. Тогда из условия плавания тела, запишем равенство силы Архимеда и силы тяжести: (+1 балл)

$$\rho V g = \rho_{\text{ж}} V_{\text{п}} g$$

где V – объем всего тела, $V_{\text{п}}$ – объем погруженной в жидкость части тела. (+1 балл)

$$\rho = \rho_{\text{ж}}\frac{V_{\text{п}}}{V} = \rho_{\text{ж}}\frac{nV}{V} = n\rho_{\text{ж}} = 0{,}72\cdot 1250 = 900\,\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

Данная плотность тела соответствует плотности льда. Разберемся с высотой повышения уровня жидкости после погружения тела. Допустим, что жидкость не выплеснулась из сосуда. Тогда можно расписать сохранение объема жидкости до и после погружения: (+1 балл)

$$SH = S(h_1 + (1-1/k)h_2)$$

Где h_1 – высота жидкости до нижнего края тела, h_2 – высота столба жидкости вдоль тела Полная новая высота столба жидкости (+1 балл)

$$h = h_1 + h_2 = H + \frac{h_2}{k} = H + \frac{nh_T}{k} = 10 + \frac{0{,}72\cdot 2}{4} = 10{,}36\text{ см}$$

новая высота столба жидкости меньше, чем высота всего сосуда ($h<H_0$), противоречий не получено, значит действительно, жидкость не выплеснется из сосуда.

Высота h_1 (от дна до нижней кромки тела): (+2 балла)

$$h_1 = H + nh_T\left(\frac{1}{k}-1\right) = 10 + 0{,}72\cdot 2\left(\frac{1}{4}-1\right) = 8{,}92\text{ см}$$